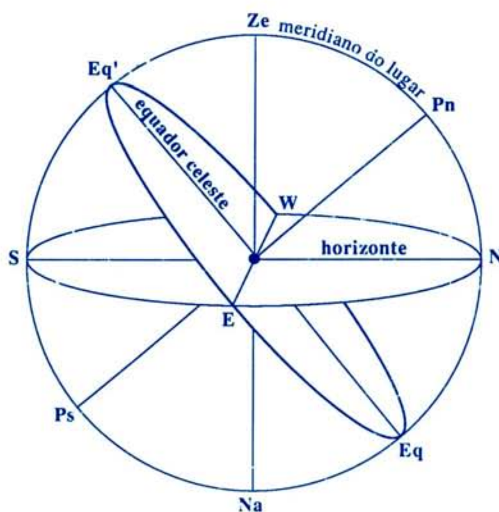
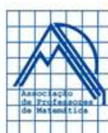
Descobrimentos, Astronomia e Educação Matemática *nº 1*

Algumas Noções Elementares de Astronomia

Eduardo Veloso





Associação de Professores de Matemática

Algumas Noções Elementares de Astronomia

Título: **Algumas Noções Elementares de Astronomia**

Autor: **Eduardo Veloso**

Série "*Descobrimentos, Astronomia e Educação Matemática*", nº 1

Editor: Associação de Professores de Matemática

Impressão: GRAFIS, Cooperativa de Artes Gráfica, CRL

Depósito legal: 50284/91

ISBN: 972 - 9053 -18 - 9

1ª edição: Setembro de 1991

Tiragem: 1.000 exemplares

Índice

Nota introdutória

A presente brochura apresenta, de modo absolutamente despretensioso, alguns elementos de Astronomia, com o fim de poderem servir de referência para a leitura das subsequentes publicações da série *Descobrimentos, Astronomia e Educação Matemática*. Por esta razão, o conteúdo desta publicação tem as seguintes características:

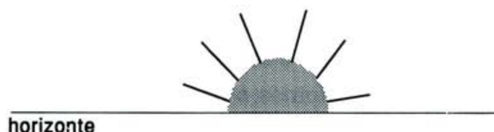
- apenas inclui aqueles elementos básicos de Astronomia que se prevê neste momento venham a ser referidos nas outras publicações da série;
- esses elementos são apresentados de forma simples, essencialmente gráfica e intuitiva.

Assim, trata-se no fundo de uma espécie de glossário ilustrado de alguns termos de Astronomia. O seu objectivo principal é servir os professores de Matemática que queiram propor aos seus alunos actividades relacionadas com a Astronomia, permitindo-lhes recordar rapidamente o significado de alguns termos e noções básicas.

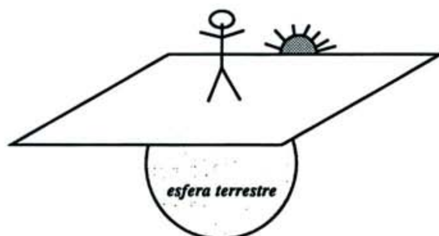
A esfera celeste

Horizonte, Zénite, Nadir

Estamos numa pequena ilha do hemisfério norte, no meio de um oceano, à beira mar. Imagine o leitor um pôr do Sol, num dia do mês de Julho. A ilha é tão pequena e tão plana que vemos mar a toda a nossa volta. Para qualquer lado que nos voltemos, a mesma paisagem: uma linha a que chamamos horizonte... Olhando numa certa direcção — como é costume dizer, mas melhor palavra seria orientação — vemos o Sol a desaparecer no horizonte



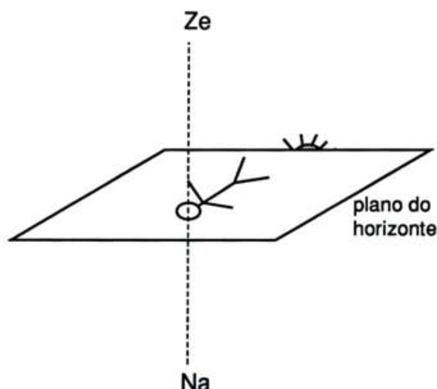
Um bom modelo para esta situação é imaginarmos que estamos com os pés assentes num plano — o *plano do horizonte*. Esse plano é tangente à esfera terrestre num ponto a que podemos considerar reduzida a ilha, já que é tão pequena...



Sentimos imediatamente que existe uma desproporção

enorme neste modelo. A distância do Sol à Terra é um pouco menos de 149,6 x 10^6 km e o raio da Terra (no equador) é apenas de 6378 km, logo a Terra é apenas um "ponto" girando em torno do Sol. O melhor, portanto, é reduzi-la também a um ponto, como fizemos à ilha... Está claro que nós, nesta abstracção, ficávamos reduzidos a nada... mas deixemos ficar por mais algum tempo o nosso símbolo no desenho...

O Sol está quase a desaparecer, e deitamo-nos no chão, na areia ainda quente do dia de verão. Olhamos naturalmente para o ponto do céu que fica exactamente por cima de nós, na direcção perpendicular ao plano do horizonte. Esse ponto é o *Zénite (Ze)*. Na mesma direcção, mas no sentido oposto — isto é — precisamente por baixo de nós — fica outro ponto imaginário, chamado *Nadir (Na)*.

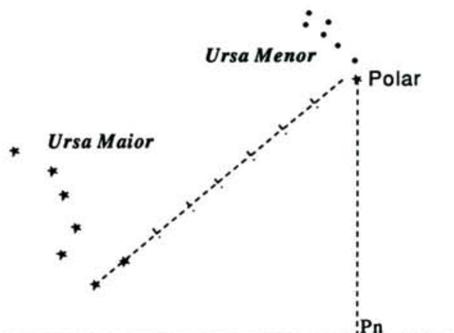


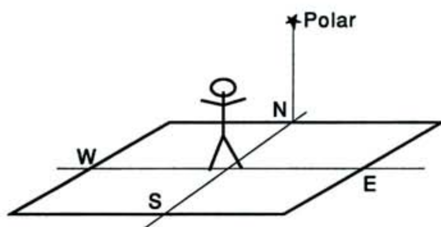
O Sol acaba de passar para baixo do horizonte. Levantamo-nos para ver se ainda apanhamos o famoso "raio verde", o último raio do Sol antes do ocaso. Já não fomos a tempo. O que vemos é um clarão esverdeado no ponto do horizonte onde o Sol desapareceu. Queremos orientar-nos, e pensamos: se foi neste ponto que se deu o ocaso do Sol, é o ponto cardeal oeste... Será? Não, o Sol tem o seu ocaso sempre "no lado oeste" do horizonte, mas apenas nos equinócios o ocaso se dá exactamente no ponto cardeal oeste. Ora estamos em pleno verão, o equinócio do outono ainda vem longe... Nesta época, o Sol nasce e tem o seu ocaso bem a norte do ponto Este e do ponto Oeste, respectivamente. Voltaremos a este assunto mais tarde.

Para sabermos onde é o norte, e assim nos orientarmos, teremos que esperar pelo aparecimento das estrelas, quando a noite tiver descido sobre nós.

Estrela Polar, pontos cardeais

O céu escurece rapidamente. Onde há momentos não havia nada, a não ser o céu azul, começam a pouco e pouco a aparecer as primeiras estrelas. Para a direita do ponto onde o Sol desapareceu distingue-se já claramente a Ursa Maior, constelação bem conhecida. E recordamos a regra aprendida na instrução primária: prolongando sete vezes o segmento que une as duas guardas da Ursa Maior, encontra-se a estrela Polar. Depois, a partir desta, reconstitui-se a Ursa Menor, embora algumas estrelas desta constelação sejam bem mais difíceis de ver.



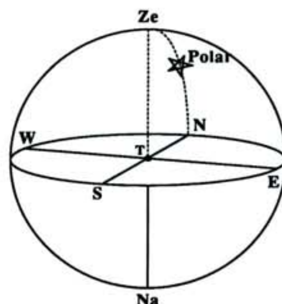


Se agora consideramos o ponto do horizonte directamente sob a estrela Polar, esse é o ponto cardeal Norte(N). Se nos voltarmos para o Norte, à nossa esquerda fica o ponto cardeal Oeste(W) (a 90º medidos sobre o plano do horizonte) e à nossa direita o ponto cardeal Leste(E). Atrás de nós, oposto ao Norte, fica o ponto cardeal Sul(S).

Esfera Celeste

O céu está agora completamente escuro, e vemos já milhares de estrelas. Embora tenham brilhos muito distintos, a nossa vista não é capaz de nos dar qualquer percepção de que as estrelas estejam a distâncias diferentes. Parecem todas à mesma distância, fixadas por

isso numa esfera que nos envolve. A nossa percepção leva-nos a imaginar uma situação como a descrita na figura da página anterior, em que T representa a terra, reduzida a um ponto no centro de uma enorme esfera — a *Esfera Celeste*. O *plano do horizonte* intersecta essa esfera num círculo máximo designado por *horizonte do lugar.*



Altura, azimute e distância zenital. Sistema horizontal de coordenadas.

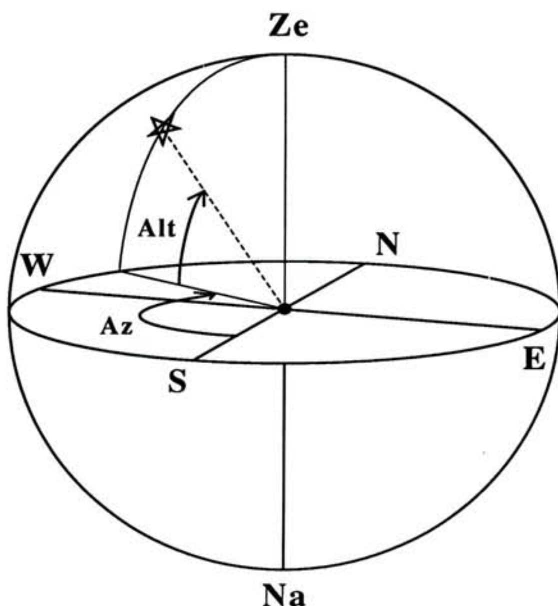
Temos praticamente todos os elementos necessários para definir um sistema de coordenadas que permita localizar qualquer objecto (estrela, planeta, etc.) na esfera celeste. Temos um plano diametral da esfera — neste caso o plano do horizonte — um eixo perpendicular a esse plano — a recta Ze-Na, orientada naturalmente no sentido Na ->Ze — e precisamos apenas de definir uma origem e um sentido de marcação dos ângulos sobre o plano. Tomaremos como origem o ponto cardeal Sul, e como sentido o retrógrado — ou seja, o dos ponteiros do relógio. Então, num determinado momento, podemos fazer corresponder a cada ponto da esfera celeste dois números — as suas coordenadas — que são as amplitudes de dois ângulos — a *altura* e o *azimute* desse astro.

altura	símbolo	**Alt**
	origem	plano horizontal
	sentido positivo	do plano para o Zénite (de -90° a +90°)
azimute	símbolo	**Az**
	origem	ponto cardeal **Sul**
	sentido positivo	retrógrado (de 0° a 360°)

Em certas circunstâncias, usa-se também a *distância zenital*, **Z**, que

é igual ao complemento da altura, **Z = 90 - Alt.**

Este sistema de coordenadas, chamado *horizontal*, é um dos mais naturais, pois baseia-se em elementos directamente relacionados com a posição do observador sobre a Terra, o plano do horizonte e a linha Zénite-Nadir.

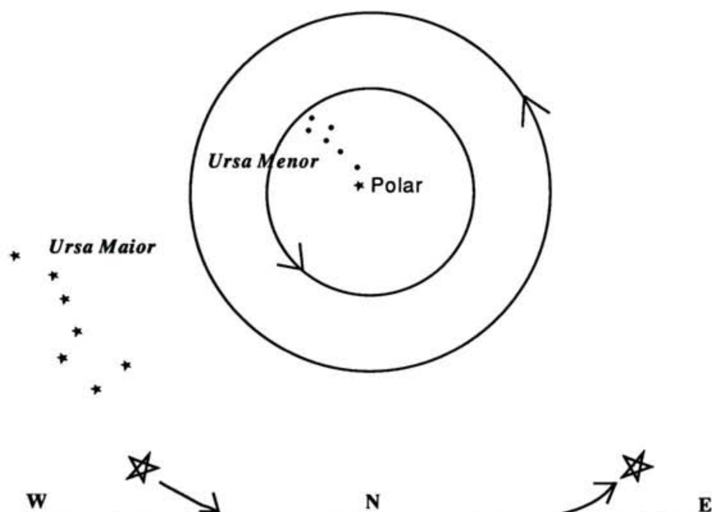


Sistema horizontal de coordenadas

Pólo Norte e Equador celestes

Já estamos há algumas horas a observar as estrelas. Reparámos que todas se movem, excepto a **Polar**. Vemos a esfera celeste rodar e arrastar consigo as estrelas, que nos continuam a parecer fixas na superfície dessa esfera. As imagens das estrelas mais próximas da estrela Polar descrevem claramente circunferências cujo centro parece coincidir com a Polar. O sentido da rotação, visto do ponto onde nos situamos, no centro da esfera, é o sentido directo. Voltados para o

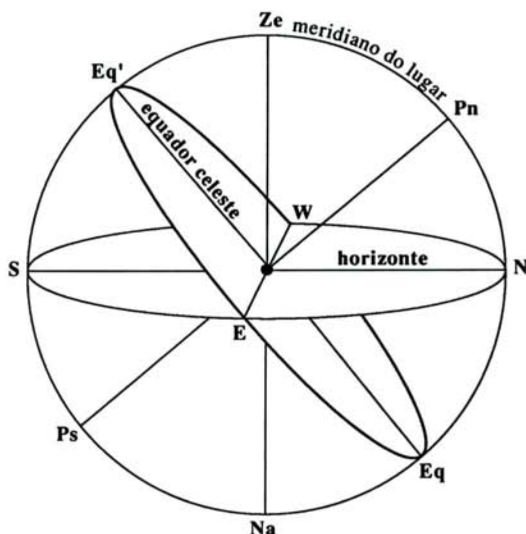
norte, vemos nascer estrelas à nossa direita, no lado leste do horizonte, e terem o seu ocaso à nossa esquerda, no lado oeste. O que observamos pode ser representado pelo seguinte esquema:



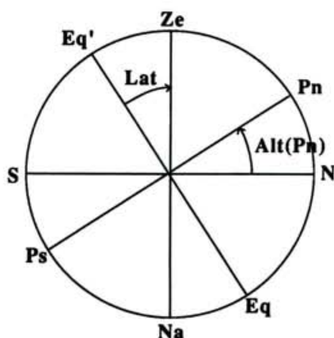
Sabemos a causa do que está a acontecer perante os nossos olhos: é o movimento de rotação da Terra. Em vez de sentirmos o nosso próprio movimento, parece-nos que estamos parados e tudo roda à nossa volta. Esse rotação aparente da esfera celeste, em que uma volta inteira de 360º corresponde a um dia, chama-se movimento diurno, e é, como se sabe, aparente. O facto da estrela Polar não se mover é fácil de interpretar — está situada exactamente no prolongamento do eixo da Terra, ou pelo menos muito próxima (na realidade, é este último caso que se verifica, como veremos à frente).

Como estamos situados no centro da esfera, podemos imaginar esse eixo prolongado a passar mesmo por nós e a ir encontrar a esfera celeste na estrela Polar. Define aí um ponto que é o *Pólo Norte* da esfera celeste. O outro ponto de intersecção com a esfera celeste será o *Pólo Sul* da esfera celeste, mas a localização desse ponto, dada a latitude norte em que nos encontramos, está para nós inacessível, apenas a podemos imaginar. Se imaginarmos agora a intersecção do plano do

equador terrestre com a esfera celeste, obtemos outro circulo máximo da esfera celeste, o *equador celeste*. Na figura, podem ver-se, além do horizonte do lugar e da linha Zénite-Nadir, o equador celeste e o eixo de rotação aparente da esfera celeste, unindo o Pólo Norte celeste (Pn) ao Pólo Sul celeste (Ps). O círculo máximo que contém o Pn e o Ze de um lugar, cujo plano coincide na figura com o plano do papel, é o *meridiano do lugar*, que também se obtém por intersecção do plano do meridiano terrestre com a esfera celeste.



Um modo muito conveniente de representar estes planos e eixos consiste em abandonar as perspectivas e traçar um esquema em que os planos do horizonte e do equador celestes aparecem de perfil, e o do meridiano do lugar aparece de frente, confundido com a folha de papel.



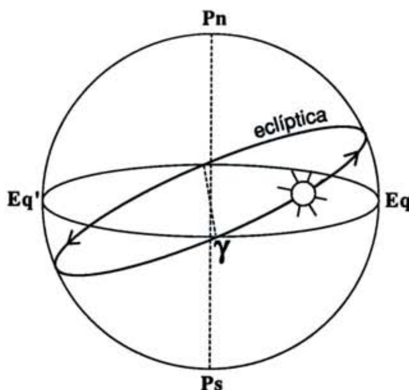
Este tipo de esquema não só simplifica as figuras como permite tirar conclusões rapidamente: por exemplo, vemos imediatamente que a altura do **Pn** celeste acima do horizonte (o que corresponde muito aproximadamente à altura da **Polar**) nos dá imediatamente a latitude do lugar, pois os ângulos indicados têm os lados perpendiculares e portanto têm iguais amplitudes.

Eclíptica, ponto vernal, estações

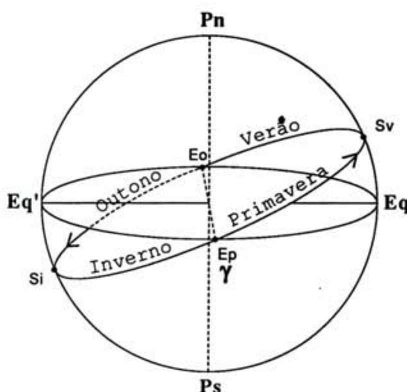
Além do horizonte e do meridiano do lugar, e do equador celeste, temos ainda de considerar outro circulo máximo da esfera celeste, a eclíptica. Para isso voltemos a imaginar que estamos na tal ilha pequena no meio do mar. Todos os dias vemos o Sol nascer do lado este do horizonte, descrever um arco de circunferência no céu e depois desaparecer do lado oeste.

Como sabemos, o movimento diurno aparente diurno do Sol não é senão, como o dos outros astros, uma consequência do movimento de rotação da Terra. Consideramos desta forma o Sol, como as outras estrelas, situado na esfera celeste e sujeito ao movimento de rotação desta. No entanto, se pudéssemos ver ao mesmo tempo o Sol e as outras estrelas, notaríamos que, ao contrário destas, cujas posições relativas não se alteram (pelo menos aos nossos olhos), o Sol, ao longo do ano, move-se por entre as estrelas, voltando a ocupar a mesma posição ao fim de um ano.

Da mesma forma como o movimento diurno aparente da esfera celeste e de todos os astros, incluindo o Sol, se explica pela rotação da Terra, o movimento aparente do Sol por entre as estrelas explica-se pelo movimento de translação da Terra. Como na sua órbita em torno do Sol o eixo de rotação da Terra mantém uma certa inclinação constante, o circulo máximo descrito (aparentemente) pelo Sol na esfera celeste, durante um ano, está também inclinado em relação ao equador celeste. A este círculo máximo, trajectória anual do Sol na esfera celeste, chama-se *eclíptica*.. No seu movimento anual na esfera celeste, o Sol desloca-se no sentido indicado pelas setas, estando metade do ano abaixo do



equador celeste e outra metade do ano no hemisfério norte celeste. Como sabemos, os pontos em que a eclíptica cruza o equador correspondem aos *equinócios*, e os pontos em que o Sol está mais afastado para norte e para sul do equador chamam-se *solstícios* . O equinócio da primavera (início da primavera no hemisfério norte) ocorre cerca de 21 de Março e dá-se quando o Sol passa do hemisfério sul para o hemisfério norte. A esse ponto de cruzamento do equador celeste com a eclíptica chama-se *ponto vernal* , que representaremos pela letra grega γ. A primavera começa no equinócio da primavera, o verão no solstício de verão, o outono no equinócio de outono e o inverno no solstício de inverno. Na primavera e no verão, os raios do Sol atingem o hemisfério norte com menor inclinação, devido à sua posição na eclíptica. Na figura estão assinaladas as estações do ano correspondentes às zonas da eclíptica. Como se vê, no equinócio da primavera, o Sol encontra-se no ponto vernal.

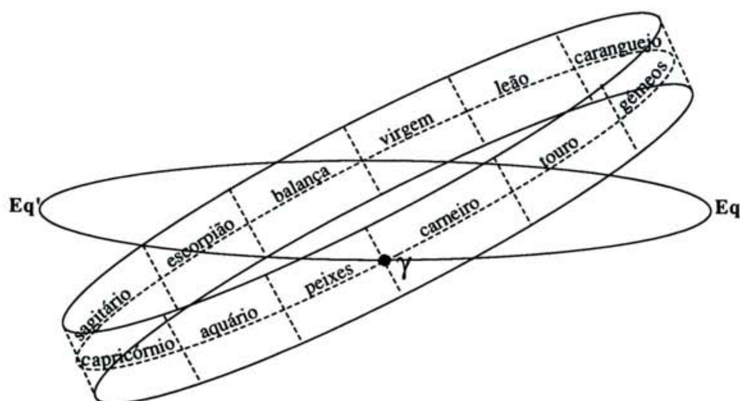


Ep — Equinócio da primavera
Sv — Sostício do verão
Eo — Equinócio do outono
Si — Solstício do inverno

Diga-se ainda que, tal como o Sol, a Lua e os planetas também têm movimentos próprios, não estando fixos na esfera celeste, como as estrelas. Em relação a estes astros, como podemos observá-los em simultâneo com as estrelas, contrariamente ao que acontece com o Sol, é relativamente fácil perceber os seus movimentos em relação às estrelas. Na Lua, esse movimento, de atraso em relação às estrelas, observa-se bem de noite para noite, pois é muito rápido — a Lua leva apenas cerca de 28 dias a dar uma volta inteira à esfera celeste, enquanto o Sol leva um ano.

Os planetas, nos seus movimentos sobre a esfera celeste, mantêm-se sempre relativamente próximos da eclíptica, numa banda da esfera

celeste em torno da eclíptica, com 8° para cada um dos lados desta, chamada Zodíaco. Desde há dois mil anos que essa banda foi dividida em 12 partes iguais, as *caixas ou signos do Zodíaco*, cada um portanto com 30°. A cada um desses signos foi atribuído nessa época um nome que correspondia à constelação que então estava contida no signo.



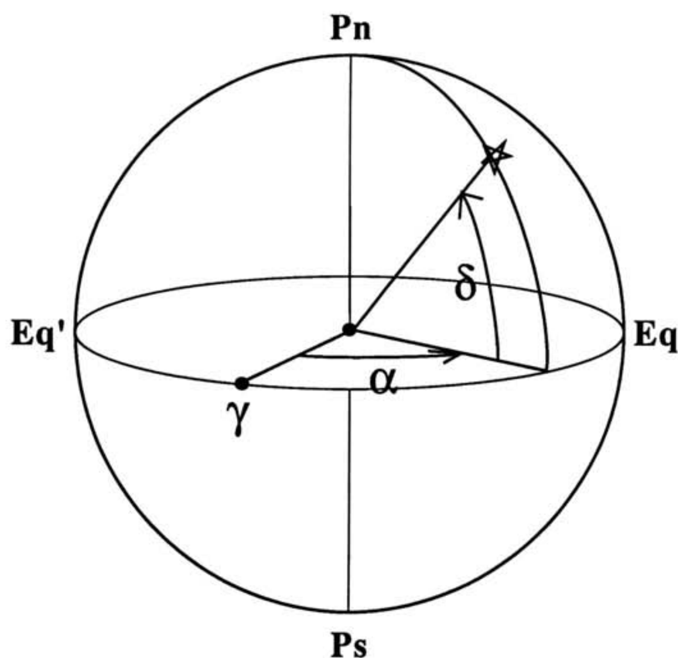
Entretanto, devido ao movimento de precessão dos equinócios (ver mais à frente), o ponto vernal moveu-se e em consequência as constelações não ocupam hoje a mesma posição. O que parece não perturbar minimamente os astrólogos actuais, está claro...

Sistema equatorial absoluto de coordenadas

Já vimos como é possível estabelecer na esfera celeste um sistema de coordenadas, denominado horizontal, tomando como plano fundamental o horizonte celeste e como eixo a linha Ze-Na. Embora muito útil na prática da navegação marítima e aérea, por exemplo, este sistema tem o inconveniente de depender da posição do observador — o azimute e a altura de cada estrela, num dado momento, dependem da posição do observador. Daí a necessidade de conceber outros sistemas de coordenadas, como o sistema equatorial absoluto. Neste, o plano

fundamental é o equador celeste e o eixo é a linha dos pólos celestes. As duas coordenadas chamam-se *ascensão recta* e *declinação* . No quadro seguinte e na figura que o acompanha está especificado este sistema de coordenadas.

declinação	símbolo	δ
	origem	equador celeste
	sentido positivo	do equador para o Pólo Norte celeste (de -90° a +90°)
ascensão recta	símbolo	α
	origem	ponto vernal
	sentido positivo	directo (de 0° a 360°)

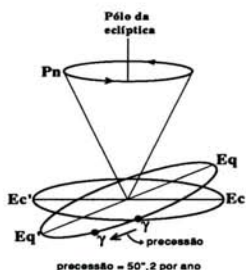


Sistema equatorial absoluto de coordenadas

Precessão dos equinócios

O sistema de coordenadas que acabámos de apresentar chama-se absoluto para significar que não depende da posição do observador. Além disso, se a Terra tivesse apenas os movimentos de translação e de rotação, a posição da eclíptica seria fixa em relação ao equador celeste, a posição do ponto vernal seria sempre a mesma ao longo dos tempos e portanto a ascensão recta e a declinação formariam um sistema de coordenadas verdadeiramente absoluto. Mas tal não acontece devido ao facto da Terra estar sujeita a outros movimentos. O mais importante é a *precessão dos equinócios*. Vejamos de que se trata.

Devido ao facto da Terra não ser perfeitamente esférica, ela comporta-se de modo semelhante ao de um pião que lançamos sobre uma mesa. Neste, além do movimento de rotação em torno do eixo, o próprio eixo de rotação não tem uma direcção fixa e descreve um cone com vértice no bico do pião. De modo análogo, o eixo de rotação da Terra não tem uma direcção fixa e descreve uma superfície cónica com vértice no centro da Terra. O eixo dessa superfície cónica é a recta unindo os pólos da eclíptica (ver figura ao lado). Assim, o pólo norte celeste descreve uma trajectória circular. Trata-se de um movimento muito lento, com um período de 25.800 anos. Só terá sentido chamar Polar à estrela α da Ursa Menor enquanto o pólo norte celeste estiver aproximadamente na sua posição. Há cerca de 500 anos, quando os navegadores portugueses se serviam da Polar para regressar a Portugal pelo meio do Atlântico, o pólo norte celeste distava da Polar cerca de 2°,5, ou seja cerca de cinco vezes o diâmetro aparente da Lua cheia. Uma distância apreciável, conhecida dos nossos navegadores, que a tomavam em consideração nos seus cálculos. Hoje dista cerca de 1°. Daqui a 12,800 anos, a estrela que se deveria chamar Polar será a Vega da constelação Lira.



Está claro que o equador celeste acompanha o movimento do pólo norte celeste, e assim as suas intersecções com a eclíptica, os pontos

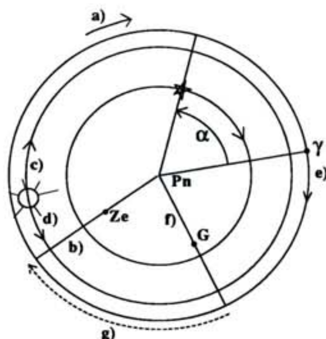
equinociais, também estão sujeitos ao mesmo movimento de precessão, daí o nome *precessão dos equinócios*. Assim, o ponto vernal desloca-se sobre o equador celeste, no sentido indicado na figura. Embora de pequeno valor — 50",2 por ano — essa deslocação não pode ser ignorada nos cálculos astronómicos. A ascensão recta e a declinação de uma estrela vão assim variando lentamente ao longo dos anos, em consequência da precessão dos equinócios. Em particular, as constelações que há dois mil anos estavam nos signos do Zodíaco também se deslocaram, como já dissemos. Assim, embora ao ponto vernal se continue a chamar *primeiro ponto de Aries* (que significa Carneiro), hoje o Carneiro já não está no primeiro signo do Zodíaco.

A esfera celeste como modelo matemático

Voltemos de novo à pequena ilha de onde estamos a observar o céu. Ao longo dos parágrafos precedentes, mais não temos feito do que descrever um modelo matemático para interpretar as nossas observações. Pese embora a importância das descobertas sobre o heliocentrismo de Galileu e de Copérnico, o velho modelo da esfera celeste, centrada na Terra, com as estrelas fixas no seu interior, e com outros astros, como os planetas, o Sol e a Lua, deslocando-se sobre ela, é perfeitamente satisfatório para a compreensão da maior parte das questões elementares de astronomia. Nós sabemos que essa não é a realidade, mas um modelo matemático não tem que reproduzir a realidade, mas representá-la de maneira abstracta e conveniente para certos fins. Assim, daqui para a frente, não utilizaremos mais a palavra "aparente", pois estaremos em permanência a referirmo-nos ao modelo matemático que construímos e não à realidade que ele está a representar.

Um ponto que se torna um pouco confuso, por vezes, diz respeito aos sentidos de rotação. Assim, dissemos que, quando olhávamos para a Polar, víamos todas as estrela a rodarem em torno dela no sentido directo. Mas isso acontece porque nos estamos a situar dentro da esfera celeste. Mas se nos imaginássemos fora da esfera, sobre o pólo norte, esse movimento já seria para nós retrógrado. É conveniente, em muitas ocasiões, servirmo-nos de um esquema em que a observação

é feita de um ponto fora da esfera celeste, sobre o pólo Norte. Graficamente, podemos desenhar uma circunferência representando o equador celeste, tendo no seu centro o pólo norte celeste. Neste esquema, podemos marcar o ponto vernal e o seu movimento de precessão, o Zénite de um observador, a ascensão recta de uma estrela, por exemplo. Podemos também indicar o movimento de rotação da esfera celeste e das estrelas, os movimentos diurno e anual do Sol, etc. Notemos que o ponto vernal, sendo um ponto da esfera celeste, está sujeito ao movimento diurno desta. De posse dos dois esquemas que apresentámos até agora, o da figura acima e o da página 9, estamos aptos a representar de forma abreviada e cómoda qualquer situação na esfera celeste. No esquema da página 9, estabelecemos relações entre coordenadas como a altura e a a declinação de uma estrela, a latitude de um lugar, Neste novo esquema, as relações a considerar são entre a ascensão recta e a longitude, por exemplo.



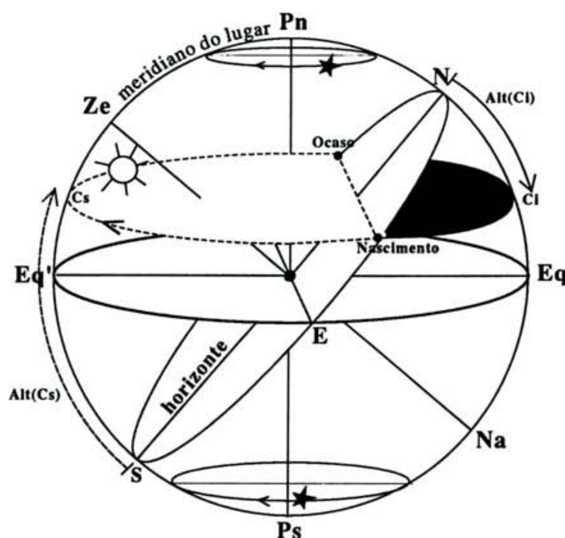
G — Zénite de Greenwich
a) sentido geral de rotação da esfera celeste
b) semi-meridiano do lugar
c) movimento diurno do Sol
d) movimento anual do Sol
e) movimento diurno do ponto vernal
f) semi-meridiano de Greenwich
g) longitude (oeste) do lugar

Noite e dia, culminações

Ao fim de várias horas de observação das estrelas e dos planetas, notamos que do lado este do horizonte começa a aparecer uma claridade, que vai aumentando pouco a pouco. A situação é inversa daquela que presenciámos ao anoitecer. As estrelas começam a ver-se cada vez com mais dificuldade, e a certa altura começamos a ver o Sol a passar para o lado de cima do plano do horizonte. Notamos que, em relação à linha norte-sul do horizonte, a posição em que o Sol nasce é simétrica, praticamente, da posição em que se deu o ocaso. Nem o ocaso se deu no ponto cardeal oeste, nem o nascer se dá exactamente no ponto cardeal leste. Estamos em Agosto, o equinócio da primavera já lá vai muito longe.

Para compreender melhor este mecanismo do movimento diurno, em particular do Sol, observemos a figura da página seguinte, onde está indicada a trajectória que um astro qualquer, nomeadamente o Sol, executa durante um dia, no seu movimento diurno.

Trata-se de um paralelo da esfera celeste, cujo plano é paralelo ao



plano do equador celeste. A seta indica o sentido do movimento, e estão indicados o ponto em que o astro passa para o lado de cima do horizonte — nascimento — e também o ocaso. Se for o Sol, a parte branca corresponde ao período em que o Sol está acima do horizonte — o dia — e a parte a negro ao período em que está abaixo do horizonte — a noite. Como vemos facilmente por este esquema, o Sol está no hemisfério norte, o lugar também, estamos portanto na primavera ou no verão, o dia é maior do que a noite, o nascimento dá-se para note do ponto cardeal leste e o ocaso também para norte do ponto cardeal oeste, numa posição simétrica à linha norte-sul do horizonte. Outros momentos importantes da trajectória de qualquer astro, em particular

do Sol, são a sua *culminação superior* **(Cs)** e a sua *culminação inferior* **(Ci)**. Trata-se dos pontos em que o astro cruza o meridiano do lugar. A culminação superior corresponde ao momento em que, no seu movimento diurno, o astro atinge a sua maior altura. Na culminação inferior, a altura do astro é mínima. No nascimento e no ocaso, a altura é nula. Como se vê claramente na figura, para certos valores da declinação e da latitude de um lugar, o astro é circumpolar, isto é, está sempre acima do horizonte — a altura é sempre positiva. Do mesmo modo, pode acontecer que um astro, no seu movimento diurno, esteja sempre abaixo do horizonte. Na figura anterior está indicada uma estrela para cada uma destas condições. Se se trata do Sol, estes casos particulares dão origem aos fenómenos característicos das altas latitudes — o "sol da meia noite", a "noite de seis meses", etc.

Contrariamente às outras estrelas, cuja declinação podemos considerar constante (a um nível elementar, pois sabemos que devido à precessão dos equinócios, tal não é verdade), o Sol, ao percorrer a eclíptica durante o ano, vai tendo declinações diferentes. Nos equinócios, por estar no equador celeste, a sua declinação é nula. No solstício de verão atinge a sua maior declinação, cerca de 23°,5, igual, está claro, à obliquidade da eclíptica em relação ao equador. No solstício de inverno, a declinação do Sol é - 23°,5. Nos equinócios, a trajectória diurna do Sol coincide com o equador celeste, pelo que, como se pode ver facilmente na figura anterior, o Sol nasce exactamente no ponto cardeal leste, e tem o seu ocaso exactamente no ponto cardeal oeste. O dia é assim igual à noite, e isso para qualquer observador sobre a Terra (exceptuados os casos dos pólos terrestres, pontos singulares em vários aspectos, como era de esperar). Ao equador também se chama, já desde o tempo dos descobrimentos, *linha equinocial* . Os paralelos que na Terra correspondem às trajectórias do Sol nos solstícios de verão e de inverno são os trópicos de Câncer e de Capricórnio, respectivamente.

Notas:

1. Aconselhamos o leitor a tomar uma atitude activa na sua aprendizagem destes elementos de Astronomia, fazendo muitos esboços semelhantes às figuras desta brochura, em diferentes situações, e estudando o que acontece nos vários casos

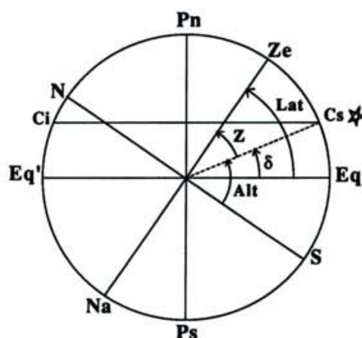
— onde são as culminações, o nascimento e o ocaso, como se dá o "sol da meia noite", e assim por diante. O ideal é fazer este tipo de exercício em relação a cada um dos esquemas e desenhos que o leitor vá encontrando, imaginando outras condições de latitude, declinação, etc. — tentando mesmo esgotar as combinações possíveis (latitude Norte, declinação positiva *maior* que a latitude, *menor* que a latitude, latitude Sul, ...

2. Como vimos, ao longo do ano o Sol desloca-se ao longo da eclíptica, mas ao mesmo tempo é arrastado pelo movimento geral de rotação da esfera celeste. Assim, no modelo que estamos a estudar, o Sol descreve uma "curva em espiral" sobre a esfera celeste. Para efeitos práticos elementares, podemos supor que a declinação do Sol se mantém constante durante o seu movimento diurno, mas está claro que a realidade é bem diferente...

Altura, declinação, latitude

No momento em que se dá a culminação superior de um astro, é possível estabelecer certas relações simples entre a altura (**Alt**) do astro, a sua declinação (δ) e a latitude geográfica do lugar (**Lat**).

Na figura ao lado apresenta-se, num esquema semelhante ao da figura da página 9, um astro na culminação superior. Se determinarmos a sua altura nesse instante (**Alt**), e se for conhecida a sua declinação δ, a **Lat** do lugar é dada por



$$\textbf{Lat} = \delta + (90 - \textbf{Alt})$$

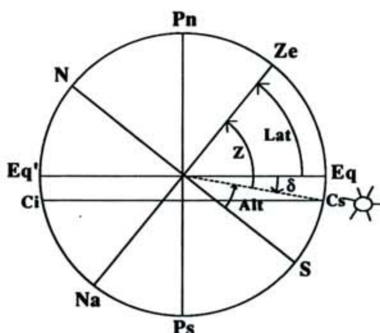
E como a distância zenital é complementar da altura, **Z = 90 - Alt**, podemos ainda escrever

$$\textbf{Lat} = \delta + Z$$

Na prática da navegação, a altura determina-se por observação directa, utilizando um instrumento apropriado (por exemplo um quadrante ou astrolábio na época dos descobrimentos, um sextante

nos séculos posteriores até à introdução dos modernos sistemas electrónicos de navegação). A declinação obtém-se a partir de tabelas preparadas previamente, tanto para o Sol como para as outras estrelas. Se o instrumento para medir as alturas, em vez de estar graduado em alturas, estiver em distâncias zenitais, vemos que a fórmula a utilizar ainda se torna mais simples.

Vejamos apenas mais um caso, também para um lugar do hemisfério norte, mas numa época do ano em que o Sol esteja no hemisfério sul da esfera celeste.

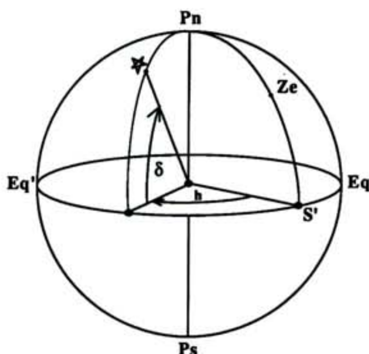


Como se vê, ainda neste caso a fórmula **Lat =** $\delta + Z$ é aplicável, se atendermos a que a declinação do Sol é negativa. Como exercício útil de aplicação do que temos estado a ver, deverá o leitor estudar os vários outros casos possíveis de posicionamento do lugar e do astro, e verificar se aquela fórmula é suficientemente geral, ou se será necessário modificá-la.

O tempo

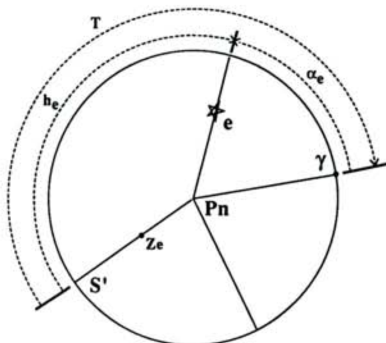
Ângulo horário, tempo sideral

Quando queremos estudar um pouco os problemas da medição do tempo, temos que recorrer, para além dos dois sistemas de coordenadas que apresentámos — horizontal e o equatorial absoluto — a um terceiro sistema, o *sistema equatorial horário*. Este sistema tem ainda por plano fundamental o equador celeste, e uma das suas coordenadas volta a ser a declinação. Mas a ascensão recta é aqui substituída pela coordenada *ângulo horário*, medida também sobre o equador. A origem de contagem do ângulo horário é o ponto de intersecção com o equador do semi-meridiano do lugar que contém o Zénite (ver figura). O ângulo horário mede-se em graus, e o sentido positivo é o sentido retrógrado. Assim, o ângulo horário está directamente relacionado com o *tempo* que decorreu *desde que* uma determinada estrela passou no semi-meridiano do lugar. Em particular, isto é válido para qualquer ponto da esfera celeste, por exemplo para o ponto vernal. O ângulo horário do ponto vernal chama-se *tempo sideral*, e costuma medir-se em horas, mi-



Sistema equatorial horário de coordenadas

nutos e segundos (correspondendo cada hora a 15° de arco). Um dia sideral (24 horas siderais) é o tempo correspondente a uma rotação completa da esfera celeste. Como se vê no esquema, a ascensão recta de uma estrela é igual, quando reduzida a horas, ao tempo sideral que decorre desde que o ponto vernal cruza o semi-meridiano do lugar até que a estrela cruza o mesmo semi-meridiano. Dito de outro modo, o tempo sideral (**T**) é a soma algébrica do ângulo horário ($\mathbf{h_e}$) de uma estrela qualquer **e** com a sua ascensão recta, α_e:



$$\mathbf{T = h_e + \alpha_e}$$

Embora o Sol, devido ao movimento de translação, nos acarrete complicações adicionais como estrela para medir o tempo, o que é certo é que as nossas actividades estão relacionadas com ele, pelo que devemos construir o nosso sistema de medir o tempo a partir do seu movimento.

Sol verdadeiro e Sol médio, equação do tempo.

O *tempo solar verdadeiro* ($\mathbf{T_{sv}}$) (veremos dentro em pouco a razão do adjectivo verdadeiro) é o ângulo horário (em horas, minutos e segundos) do Sol somado com 12 horas (para que as zero horas ocorram à meia-noite):

$$\mathbf{T_{sv} = h_s + 12}$$

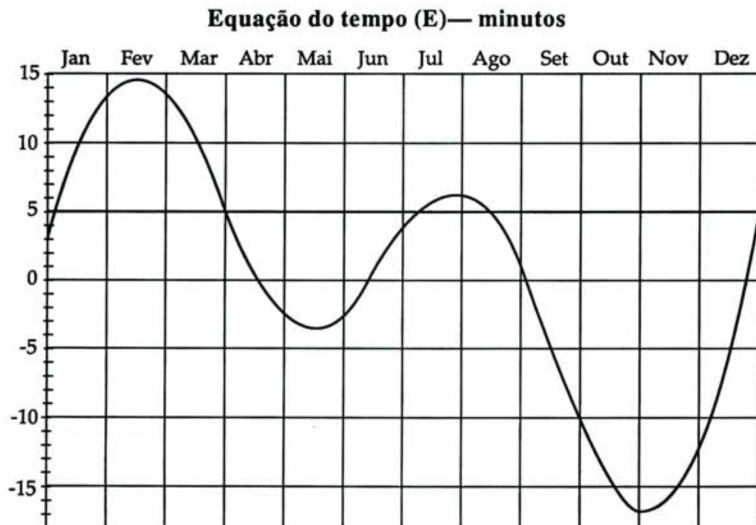
Se medíssemos a velocidade do Sol ao longo do seu trajecto na eclíptica, reconheceríamos que ela não é constante. Uma das explicações para este facto é a lei das áreas de Kepler. Por outro lado, o ângulo horário é medido no equador, e isso introduz ainda outras perturbações na variação de $\mathbf{T_{sv}}$. Assim, o movimento do *Sol verdadeiro* não é

uma boa referência para medirmos o tempo. Por essa razão foi criado o *Sol médio*, que é um sol fictício que se desloca sobre o equador à velocidade média do Sol verdadeiro. Os nossos relógios, como é fácil de antever, regulam-se pelo Sol médio e não pelo Sol verdadeiro. Devemos portanto considerar o *tempo solar médio* ($\mathbf{T_{sm}}$), com definição análoga à de $\mathbf{T_{sv}}$ mas referente ao Sol médio.

Cálculos relativamente complexos levam ao estabelecimento da *equação do tempo* (**E**) que é a diferença entre $\mathbf{T_{sv}}$ e $\mathbf{T_{sm}}$. Assim, o tempo solar verdadeiro obtém-se a partir do tempo solar médio pela expressão

$$\mathbf{T_{sv} = T_{sm} + E}$$

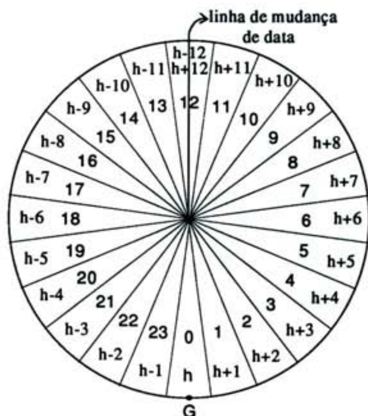
em que **E** é uma função periódica do tempo, habitualmente expressa por um gráfico ou por uma tabela. Apresentamos na página seguinte um gráfico que permite obter valores da equação do tempo, ao longo do ano, em minutos, aproximação suficiente para as aplicações que desenvolveremos nesta colecção.



Fusos, hora civil, hora legal

Em cada local existe um tempo solar médio, que poderemos designar simplesmente por *tempo* ou *hora local*. O tempo usado em Astronomia é o tempo solar médio de Greenwich, designado por UT (Universal Time) ou por TU (Tempo Universal).

É conhecida a razão da criação dos fusos horários, evitando horas diferentes entre locais muito próximos. Na figura estão indicados e numerados os meridianos que limitam os fusos, e que estão separados por 15°, que corresponde como sabemos a uma hora. Dentro de cada fuso adopta-se como *hora civil* a hora correspondente ao centro do fuso. Na figura também estão assinaladas as diferenças entre a hora universal e a hora civil em cada fuso. O conflito existente no fuso 12 foi resolvido pela criação de uma linha de mudança de data. Se esta linha é atravessada na direcção oeste (resp. na direcção este), avançamos um dia na data (resp. recuamos um dia na data). Como as fronteiras dos países não seguem necessariamente os fusos, ou incluem mais do que um, em cada país define-se uma ou mais *horas legais*, que ainda podem ser variáveis de época para época do ano (caso da hora de verão em Portugal).



Durante grande parte do ano (desde o último domingo de Setembro ao último domingo de Março) a hora legal em Portugal coincide com o tempo universal. A hora local num determinado local de Portugal obtém-se a partir do tempo universal de modo simples, tendo em conta a longitude do lugar.

Suponhamos por exemplo que, num dia de inverno, pretendo saber a que horas, no meu relógio, se dá a culminação superior do Sol. A minha posição é o aeroporto de Lisboa.

O relógio está regulado para a hora legal, que no inverno é a hora de Greenwich. Como a longitude do aeroporto de Lisboa é aproximadamente 9ºW, o Sol culmina aí mais tarde do que em Greenwich. A cada hora correspondem 15º, e portanto 9º equivalem a 36 minutos. Assim, o Sol médio culmina no aeroporto de Lisboa às 12h 36m. Mas o Sol que eu vejo culminar não é o Sol médio... é o Sol verdadeiro! Portanto tenho ainda que transformar o tempo solar médio em tempo solar verdadeiro. Para entrar no gráfico da página anterior, preciso de saber a data — suponhamos então que estou no dia 2 de Março. A equação do tempo tem o valor +13 min. Então terei que somar 13 min ao tempo médio, ou seja, o Sol culminará às 12h 49m. A essa hora, a sombra de uma vara vertical será mínima e estará apontada para o ponto cardeal Sul.

Calendário solar

O ano solar — período de tempo entre duas passagens consecutivas do Sol pelo ponto vernal — não é constante. Tomando uma média relativa a um longo período de tempo, obteve-se o valor de 365,2422 dias solares médios. Assim, o ano é praticamente igual a 365 dias e 1/4. O calendário Juliano, calculado pelo astrónomo Sosigene a pedido de Júlio César, compensava este facto determinando que a cada três anos de 365 dias se seguia um ano de 366 dias, chamado bissexto. No entanto, como o ano não tem exactamente 365.25 dias, foi-se acumulando um erro que no tempo do Papa Gregório XIII foi corrigido pela supressão de dez dias no calendário. Para evitar de novo que os erros se fossem acumulando, o calendário Gregoriano prescreve que os anos de mudança de século (1800, 1900, 2000, 2100,...) não sejam bissextos, a não ser quando sejam divisíveis por 400. Assim, o ano 1900 não foi bissexto, mas o ano 2000 será bissexto. Desta forma, o ano do calendário Gregoriano vale em média 365,2425 dias solares médios, o que é já muito aproximado de 365,2422. Mesmo assim, no ano 4916, já existirá um dia de erro, se até lá se continuar a utilizar o mesmo calendário.

Alguns dados astronómicos

Medição de distâncias astronómicas

Unidade astronómica (UA) : distância média da Terra ao Sol; igual a 149.598.770 km

Ano-luz : distância percorrida pela luz num ano; igual a $9{,}46 \times 10^{12}$ km, ou 63.240 UA

Parsec : a distância de onde uma U.A. é vista segundo um ângulo de 1"; igual a 206264,8 UA, ou 3,261631 ano-luz

Sistema Solar

Características das órbitas dos planetas

nome	semi-eixo maior (10^6km)	excentricidade	inclin. rel. à eclíptica	período de revolução	veloc. orbital (km/seg)	máx. dist.da Terra (10^6km)	min. dist.da Terra(10^6km)
Mercúrio	57,91	0,206	7°00'	88 d	47,89	220	80
Venus	108,21	0,007	3°24'	225 d	35,04	258	41
Terra	149,60	0,017	0°	365 d	29,80	——	——
Marte	227,94	0,093	1°51'	1 a, 322 d	24,14	400	56
Júpiter	778,31	0,048	1°19'	11 a, 315 d	13,06	960	590
Saturno	1429,4	0,056	2°30'	29 a, 167 d	9,64	1.650	1.200
Urano	2.875	0,046	0°46'	84 a, 7 d	6,80	3.100	2.700
Neptuno	4.504,4	0,009	1°47'	164 a, 280 d	5,43	4.650	4.350
Plutão	5.900	0,246	17°10'	247 a, 249 d	4,74	7.500	4300

O Sol

Idade: 5.000 milhões de anos
Raio: 696.000 km; cerca de 600 vezes o raio de Júpiter, 100 vezes o raio da Terra
Massa: 332.846 vezes a massa da Terra, ou 700 vezes a massa total dos planetas do sistema solar
Densidade média: 1/4 da densidade média da Terra

Via Láctea — a nossa galáxia

Diâmetro do disco: 100.000 ano-luz
Massa total: 140.000 milhões de massas solares
Distância do Sol ao centro da galáxia: 30.000 ano-luz
Velocidade linear de rotação (no Sol) : 220 km/s (uma revolução em torno do centro galáctico demora 300 milhões de anos)
Idade provável: 12.000 milhões de anos

O "grupo local" de galáxias

As galáxias não estão isoladas, mas formam grupos. A nossa galáxia pertence ao *grupo local*, que tem cerca de 20 galáxias, e inclui a galáxia de Andrómeda, visível a olho nu (mas melhor com binóculos...) entre a constelação Cassiopeia e o quadrado de Pégaso.. O grupo local ocupa um volume com a forma elipsoidal e com uma dimensão máxima de 2 milhões de parsecs.

As 14 estrelas mais brilhantes

nome	constelação	distância (ano-luz)	nome	constelação	distância (ano-luz)
Sirius**	Cão Maior	8,64	Procyon	Cão Menor	11,41
Canopus*	Carina	190	Achernar*	Eridano	130
Rigel Centauro*,**	Centauro	4,37	Betelgeuse	Orion	650
Arcturus	Boieiro	36	Hadar*	Centauro	390
Vega	Lira	26,5	Altair	Águia	16,1
Capela	Cocheiro	45	Aldebaran	Touro	68
Rigel**	Orion	660	Acrux*,**	Cruzeiro do Sul	260

* = estrelas não visíveis nas nossas latitudes ** = estrela dupla

Bibliografia:

Cotardière, Philippe de la, ed. (1986). *Larousse Astronomy*. London: Hamlyn.

Menzel, Donald H. (1983). *A Field Guide to the Stars and Planets*. Boston: Houghton Miflin Company.

Taborda, J. (?). *Elementos de Astronomia*.

A série *Descobrimentos, Astronomia e Educação Matemática* é editada pela Associação de Professores de Matemática e destina-se aos professores de Matemática. Consistirá num conjunto de brochuras contendo sugestões de actividades e projectos, tendo como ponto de partida as conexões entre a matemática e a realidade dos descobrimentos portugueses e ainda outras questões simples de astronomia. Este primeiro número da série, *Algumas Noções Elementares de Astronomia*, pretende servir de referência e pequeno glossário para os números subsequentes.